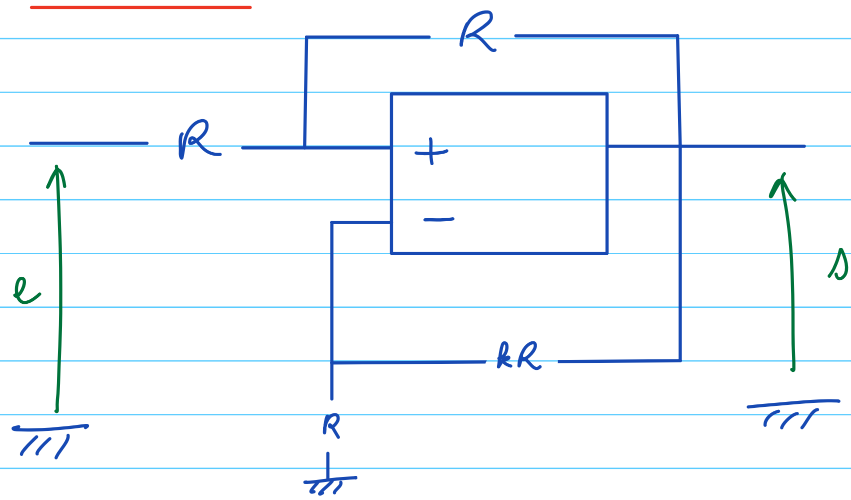
TDE2

Exercice 3 - Etude de stabilité



Dans le modèle de l'ALI passe-bas du 1^{er} ordre, on a

$$\underline{V_s} = \frac{\mu_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}\,\underline{\varepsilon} \qquad \text{avec } \mu_0 \sim 10^5, \quad \omega_c \sim 100 \text{ rad.s}^{-1}$$

Pour étudier la stabilité, supposons le régime linéaire atteint (possible car il y a une rétroaction négative)

On a par une loi des noeuds en E+ :

$$\frac{\underline{e}-\underline{V_+}}{R} + \frac{\underline{s}-\underline{V_+}}{R} = 0$$

ie $\boxed{\underline{V_+} = \frac{1}{2}(\underline{e} + \underline{s})}$

Par une loi des noeuds en E- :

$$\frac{0-\underline{V_-}}{R} + \frac{\underline{s}-\underline{V_-}}{kR} = 0 \quad \text{ie} \quad \boxed{\underline{s} = (1+k)\,\underline{V_-}}$$

On a donc $\underline{\varepsilon} = \underline{V_+} - \underline{V_-} = \frac{1}{2}(\underline{e} + \underline{s}) - \frac{1}{1+k}\underline{s}$

ie $\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\underline{e} + \frac{k-1}{2(1+k)}\underline{s}$

En utilisant $\underline{s} = \frac{\mu_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}\underline{\varepsilon}$, on a

$$\underline{s} = \frac{\mu_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}\left(\frac{1}{2}\underline{e} + \frac{k-1}{2(1+k)}\underline{s}\right)$$

ie $$\underline{s}\left(\frac{1+j\omega/\omega_c}{\mu_0} - \frac{k-1}{2(1+k)}\right) = \frac{1}{2}\underline{e}$$

ie $$\underline{s}\,\frac{2(1+j\omega/\omega_c)(1+k) - (k-1)\mu_0}{2\mu_0(1+k)} = \underline{e}\,\frac{1}{2}$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\mu_0(1+k)}{2(1+k) - (k-1)\mu_0 + 2(1+k)j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

Le système est stable si

$$2(1+k) - \mu_0(k-1) > 0 \quad \text{car} \quad \frac{1+k}{\omega_c} > 0$$

Or $2(1+k) - \mu_0(k-1) \simeq -\mu_0(k-1)$ car $\mu_0 \gg 1$

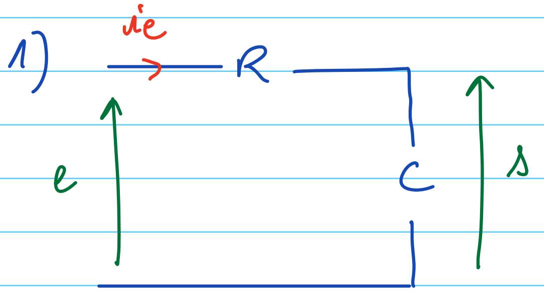
Ainsi, il faut $-(k-1) > 0$

ie $k-1 < 0$

ie $\boxed{k < 1}$

Exercice 4 - Rôle du suiveur

1)

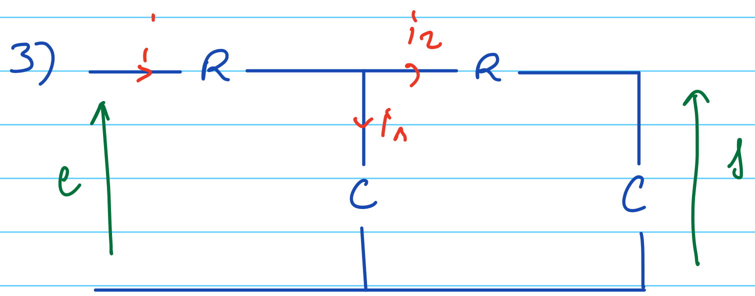


$$\underline{H}_1(\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

avec $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$.

2) $\underline{Z}_e = \dfrac{\underline{e}}{\underline{i}_e} = \dfrac{R\underline{i}_e + \underline{i}_e / j\omega C}{\underline{i}_e} = R + \dfrac{1}{j\omega C}$.

3)



On a $\underline{e} = R\underline{i} + R\underline{i}_2 + \underline{s}$ et $\underline{i}_2 = j\omega C \underline{s}$

$= R(\underline{i}_1 + \underline{i}_2) + j\omega RC\underline{s} + \underline{s}$

or $\underline{i}_1 = j\omega C(R\underline{i}_2 + \underline{s}) = j\omega C(j\omega RC + 1)\underline{s}$

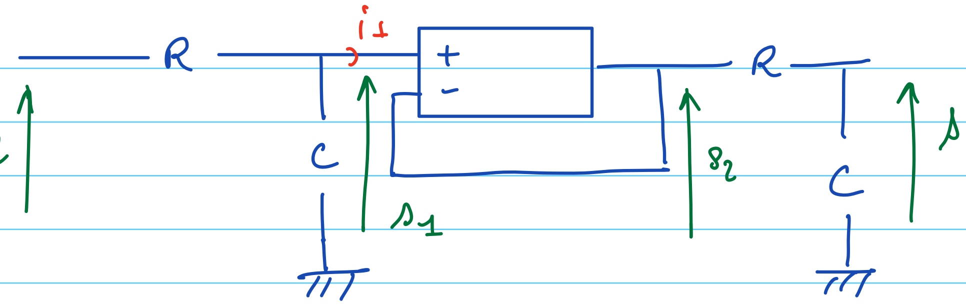
$\underline{e} = R\left(j\omega C(j\omega RC + 1)\underline{s} + j\omega C\underline{s}\right) + (j\omega RC + 1)\underline{s}$

$= Rj\omega C\underline{s}\,(1 + j\omega RC + 1) + (j\omega RC + 1)\underline{s}$

$\underline{e} = (-R^2C^2\omega^2 + 3j\omega RC + 1)\,\underline{s}$

Donc $\underline{H}_2 = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} = \dfrac{1}{1 + 3j\omega RC - R^2C^2\omega^2}$.

4)



On a $\dfrac{\underline{s_1}}{\underline{e}} = \underline{H_1}$ car $i_+ = 0$

Par ailleurs, $\underline{s_2} = \underline{s_1}$ (relation entrée-sortie du suiveur)

Enfin $\dfrac{\underline{s}}{\underline{s_2}} = \underline{H_1}$

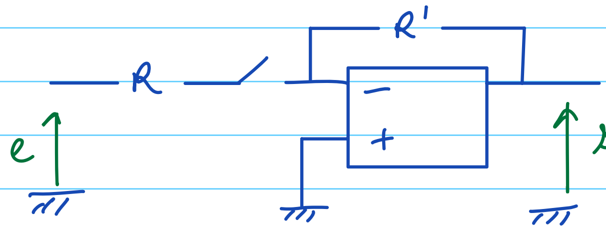
Donc $\dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{s_2}} \times \dfrac{\underline{s_2}}{\underline{e}} = \underline{H_1} \times \underline{H_1} = \dfrac{1}{(1+jRC\omega)^2}$

Les deux filtres en cascade fonctionnent donc comme s'ils étaient seuls dans le circuit.

Cela est dû à l'impédance d'entrée infinie du suiveur : ce qui suit le premier filtre ne change pas la fonction de transfert qui a été calculée en circuit ouvert

Exercice 5- Filtre amplificateur

1) En BF on a le circuit équivalent :

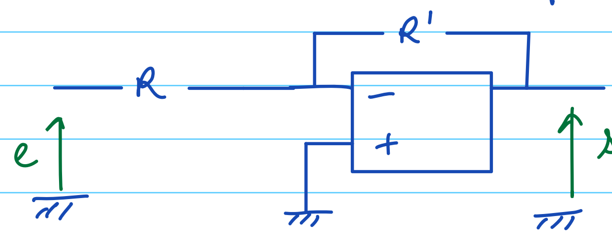


on a en E_- : $\frac{s - V_-}{R'} = 0$ ie $s = V_-$

or $V_+ = 0$ et on peut supposer l'ALI en régime linéaire (rétroaction négative)

On a donc $V_+ = V_-$ donc $V_- = 0$ et au final $\underline{s = 0}$

En HF, on a le circuit équivalent :



on a en E_- : $\frac{s - V_-}{R'} + \frac{e - V_-}{R} = 0$

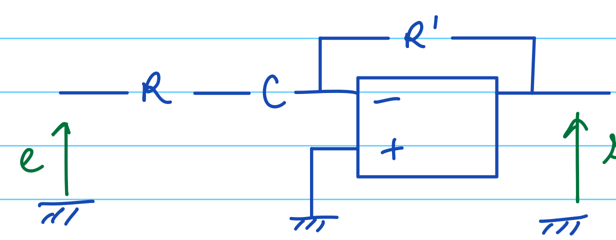
or $V_- = V_+ = 0$

Donc $\frac{s}{R'} + \frac{e}{R} = 0$

ie $\underline{s = -\frac{R'}{R} e}$

Ce filtre est donc un passe haut (et on peut anticiper $H_0 = -R'/R$)

2)



en E_- : $\frac{e - V_-}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{s - V_-}{R'} = 0$

or $\underline{V_-} = \underline{V_+} = 0$

Donc $\frac{\underline{e}}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{\underline{s}}{R'} = 0$

$$\frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{-R'}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{-R'C\, j\omega}{1 + j\omega RC} = \frac{H_0\, j\, \omega/\omega_c}{1 + j\,\omega/\omega_c}$$

On peut poser $\omega_c = \frac{1}{RC}$ et on identifie $-R'C = \frac{H_0}{\omega_c} = H_0 RC$

d'où $H_0 = -\frac{R'}{R}$ cf Q1 !

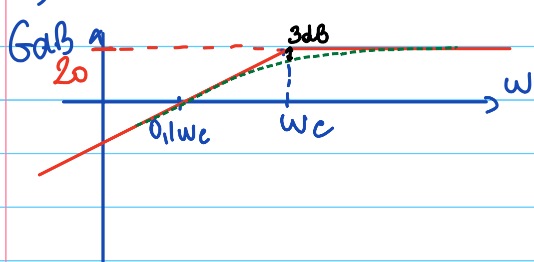
3) On veut $20\log\left(\left|\frac{-R'}{R}\right|\right) = 20$

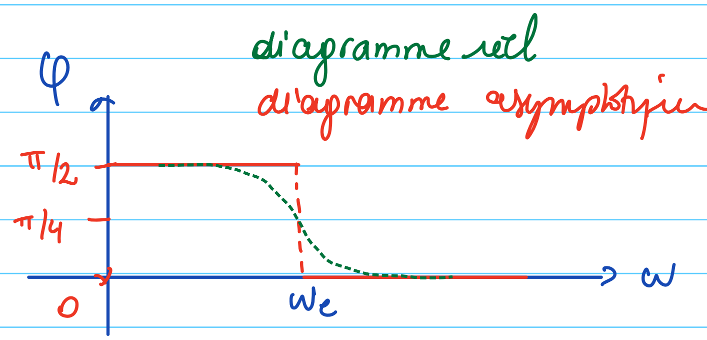
i.e. $R' = 10R = \underline{10\ k\Omega}$

et $\omega_c = 10^4$ i.e. $C = \frac{1}{R\times\omega_c} = \frac{1}{1.10^3\times 1.10^4} = 1.10^{-7}\ F$

$= \underline{0{,}1\ \mu F}$

4) Méthode du cours





5) ▷ $G_{dB}(\omega = 10^2\ \text{rad/s}) = -20\ \text{dB}$ ⇒ sortie sinusoïdale d'amplitude $\frac{E_0}{10} = 0{,}1\ V$
spectre semblable à celui de l'entrée

▷ idem : sortie sinusoïdale d'amplitude 0,3 V et même spectre

▷ $G_{dB}(\omega = 10^3\ \text{rad/s}) = 20\ \text{dB}$ ⇒ sortie sinusoïdale d'amplitude $10\times E_0$
i.e. 10 V.
spectre semblable à celui de l'entrée

▷ Si l'ALI restait en R.L, on aurait une sortie sinusoïdale d'amplitude $10\times 3 = 30\ V$, ce qui est supérieur à V_{sat}.
⇒ le signal de sortie sera écrêté à $\pm V_{sat}$
et le spectre sera enrichi par cette non-linéarité.

Exercice 6 - Comparateur à hystérésis inverseur décalé

1) Par une loi des noeuds en terme de potentiel, on a

$$\frac{V_0 - V_+}{R_1} + \frac{V_S - V_+}{R_2} = 0 \quad \text{ie} \quad V_+\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V_0}{R_1} + \frac{V_S}{R_2}$$

$$V_+ = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(\frac{V_0}{R_1} + \frac{V_S}{R_2}\right) = \beta V_S + (1-\beta) V_0$$

$$\boxed{V_+ = \beta V_S + (1-\beta) V_0}$$

2) Il n'y a pas de rétroaction sur la borne non-inverseuse, donc l'ALI fonctionne nécessairement en régime saturé.

Supposons l'ALI en saturation haute : $\varepsilon > 0$ et $V_S = + V_{sat}$.

On a $\varepsilon = V_+ - V_- = \beta V_{sat} + (1-\beta) V_0 - V_e$

La bascule a lieu quand $\varepsilon < 0$

ie $V_e > \beta V_{sat} + (1-\beta) V_0 = \frac{1}{3} V_{sat} + \frac{2}{3} V_0$ ($\beta = 1/3$)

$= 9\ V$

Supposons maintenant l'ALI en saturation basse : $\varepsilon < 0$ et $V_S = - V_{sat}$

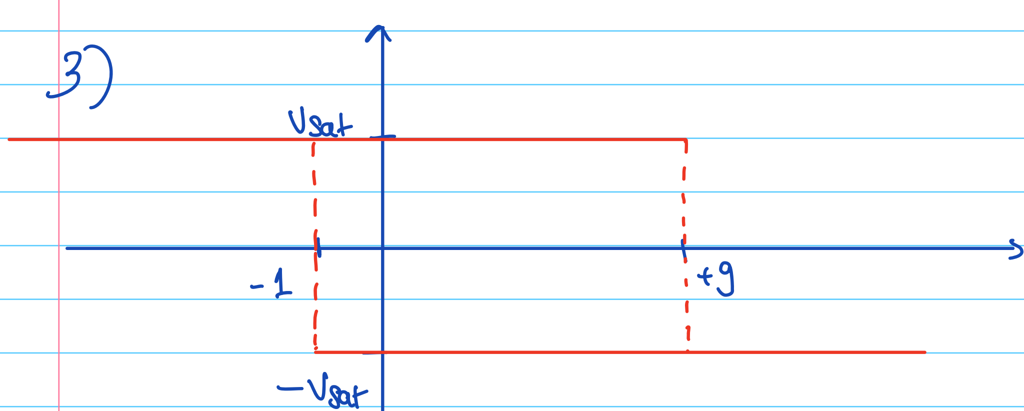
On a $\varepsilon = \beta(-V_{sat}) + (1-\beta) V_0 - V_e$

La bascule a lieu pour $\varepsilon > 0$

ie $V_e < -\beta V_{sat} + (1-\beta) V_0 = -\frac{1}{3} V_{sat} + \frac{2}{3} V_0$.

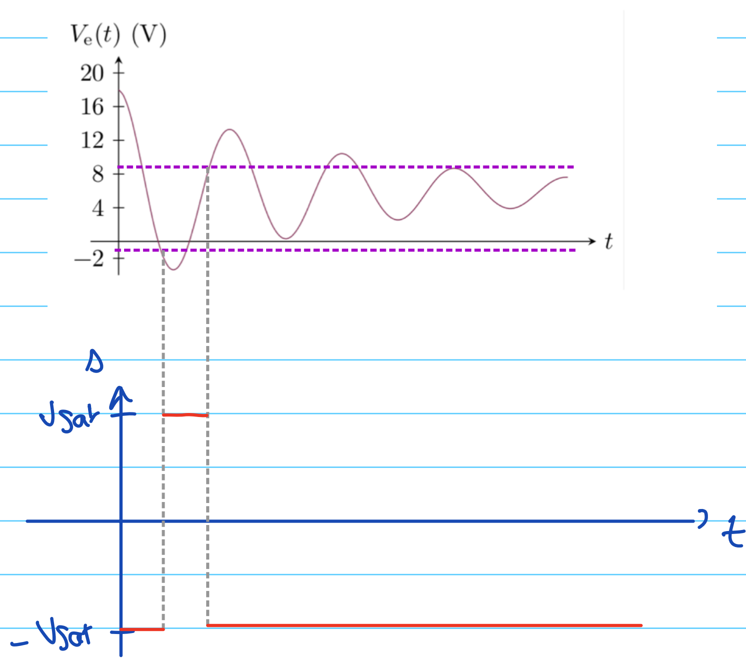
$= -1\ V$

3)



On retrouve le comportement caractéristique d'un comparateur à hystérésis, mais décalé de $\frac{2}{3}V_0$.

4)



à $t = 0$ $V_e > 9V$
$\Rightarrow$ saturation basse

on bascule en saturation haute quand $V_e < -1V$

on bascule en saturation basse quand $V_e > 9V$

Puis V_e ne redevient plus inférieur à $-1V$
↳ on reste en saturation basse

Exercice 7 - Amplificateur différentiel

1) Cours : $\mu_0 \sim 10^5$ $\quad |\underline{Z}_e| \sim 10\,M\Omega$ $\quad |\underline{Z}_s| \sim 100\,\Omega$

2) Cours : $\mu_0 \to \infty$ $\quad |\underline{Z}_e| \to \infty$ $\quad |\underline{Z}_s| = 0$

3) Pour l'ALI 1 : $\dfrac{\underline{V}_{e1} - \underline{V}_{+1}}{R} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{V}_{+1} = \underline{V}_{e1}}$

et $\dfrac{\underline{V}_1 - \underline{V}_{-1}}{R} + \dfrac{\underline{V}_{-2} - \underline{V}_{-1}}{R'} = 0 \Rightarrow \underline{V}_{-1}\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R'}\right) = \dfrac{\underline{V}_1}{R} + \dfrac{\underline{V}_{-2}}{R'}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{V}_{-1} = \frac{1}{R+R'}\left(R'\underline{V}_1 + R\underline{V}_{-2}\right)}$$

Donc $\underline{V}_{e1} = \dfrac{1}{R+R'}\left(R'\underline{V}_1 + R\underline{V}_{-2}\right)$ (1)

Par ailleurs, pour l'ALI 2 :

$$\underline{V}_{+2} = \underline{V}_{e2}$$

En régime linéaire, $\underline{V}_{+2} = \underline{V}_{-2}$

Donc dans (1) : $\underline{V}_{e1} = \dfrac{1}{R+R'}\left(R'\underline{V}_1 + R\underline{V}_{e2}\right)$

ou $\boxed{\underline{V}_1 = \dfrac{R+R'}{R'}\underline{V}_{e1} - \dfrac{R}{R'}\underline{V}_{e2}}$

Par ailleurs, par une loi des noeuds en E_{-2} :

$$\frac{\underline{V}_{-1} - \underline{V}_{-2}}{R'} + \frac{\underline{V}_2 - \underline{V}_{-2}}{R} = 0$$

Or on a $\underline{V}_{-1} = \underline{V}_{e1}$ et $\underline{V}_{-2} = \underline{V}_{e2}$

Donc $\dfrac{\underline{V}_{e1} - \underline{V}_{e2}}{R'} + \dfrac{\underline{V}_2 - \underline{V}_{e2}}{R} = 0$

Donc $\underline{V_2} = \left(\frac{R}{R'} + 1\right) \underline{V_{e_2}} - \frac{R}{R'} \underline{V_{e_1}}$

Au final

$$\underline{V_2} - \underline{V_1} = \frac{R+R'}{R'} \underline{V_{e_2}} - \frac{R}{R'} \underline{V_{e_1}} - \left(\frac{R+R'}{R'} \underline{V_{e_1}} - \frac{R}{R'} \underline{V_{e_2}} \right)$$

$$\underline{V_2} - \underline{V_1} = \left(\frac{R+R'}{R'} + \frac{R}{R'} \right) \left(\underline{V_{e_2}} - \underline{V_{e_1}} \right) = \frac{2R+R'}{R'} \left(\underline{V_{e_2}} - \underline{V_{e_1}} \right)$$

4) Pour l'ALI 3 :

en E_{3+} : $\frac{\underline{V_1} - \underline{V_{3+}}}{R} + \frac{0 - \underline{V_{3+}}}{R} = 0$

ie $\boxed{\underline{V_{3+}} = \frac{\underline{V_1}}{2}}$.

en E_{3-} : $\frac{\underline{V_2} - \underline{V_{3-}}}{R} + \frac{\underline{V_s} - \underline{V_{3-}}}{R} = 0$

ie $\underline{V_s} = 2\underline{V_{3-}} - \underline{V_2} = 2\underline{V_{3+}} - \underline{V_2}$

$$= 2\frac{\underline{V_1}}{2} - \underline{V_2} = \underline{V_1} - \underline{V_2} = \frac{2R+R'}{R'} \left(\underline{V_{e_1}} - \underline{V_{e_2}} \right)$$

5) $A_d = \left| \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_{e_1}} - \underline{V_{e_2}}} \right| = \frac{2R+R'}{R'} = \frac{2 \times 100.10^3 + 2.10^3}{2.10^3}$

$$= \frac{202}{2} = \underline{101}.$$

Exercice 8 - Simulation d'inductance

1) On a $i = i_{R_1} + i_{C_0} = \dfrac{u_s - V_-}{R_1} + \dfrac{u_s - V_+}{1/j\omega C_0}$

$$i = u_s\left(j\omega C_0 + \frac{1}{R_1}\right) - \frac{V_-}{R_1} - j\omega C_0 \underline{V_+}$$

Par ailleurs, l'ALI ayant une rétroaction négative, on suppose qu'il est en régime linéaire.
Dans le cadre du modèle de l'ALI à gain infini, cela implique
$\underline{V_+} = \underline{V_-}$

Donc $i = u_s\left(j\omega C_0 + \dfrac{1}{R_1}\right) - \underline{V_+}\left(j\omega C_0 + \dfrac{1}{R_1}\right)$

Par ailleurs, on a en E_+ : $\dfrac{u_s - V_+}{1/j\omega C_0} + \dfrac{0 - V_+}{R_2} = 0$

Donc $\underline{V_+}\left(j\omega C_0 + \dfrac{1}{R_2}\right) = u_s j\omega C_0$

ou $\underline{V_+} = \underline{u_s}\,\dfrac{j\omega R_2 C_0}{1 + j\omega R_2 C_0}$.

Ainsi $\underline{i} = \underline{u_s}\left(1/R_1 + j\omega C_0\right) - \underline{u_s}\,\dfrac{j\omega R_2 C_0}{1 + j\omega R_2 C_0}\left(\dfrac{1}{R_1} + j\omega C_0\right)$

$$\underline{i}\,(1 + j\omega R_2 C_0) = \underline{u_s}\,(1/R_1 + j\omega C_0)\left(\frac{1}{R_1} + j\omega R_2 C_0 - j\omega R_2 C_0\right)$$

$$\boxed{R_1 \underline{i} + j\omega R_2 R_1 C_0 \underline{i} = \underline{u_s} + j\omega R_1 C_0 \underline{u_s}}$$

2) On veut $\underline{u_s} = L j\omega \underline{i}$

Pour cela, il faut $\omega R_1 C_0 \ll 1$ et $\omega R_2 R_1 C_0 \gg R_1$

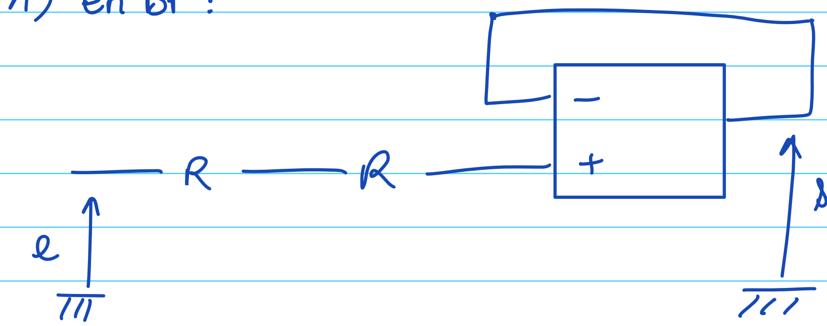
ie $\omega \ll \frac{1}{R_1 C_0}$ et $\omega \gg \frac{1}{R_2 C_0}$.

Si on choisit un R_1 très grand et un R_2 très petit, ces conditions sont facilement atteignables

3) Ce montage est probablement plus petit en taille qu'une bobine surtout pour de grandes inductances.

Exercice 9 - Filtre de Sallen-Key

1) En BF :

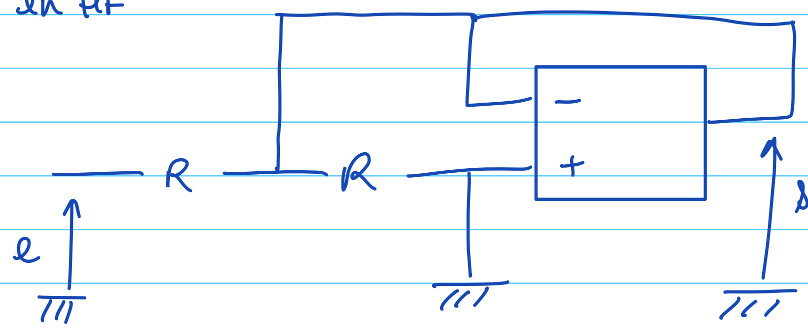


$\underline{V_-} = \underline{s}$

$\underline{V_+} = \underline{e}$

$\Rightarrow \underline{s} = \underline{e}$

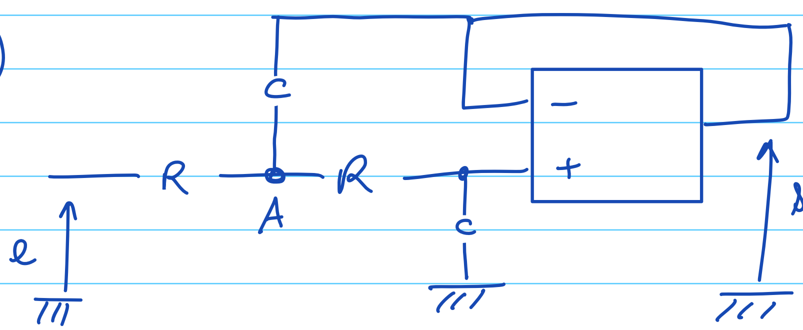
en HF



$$\left.\begin{array}{l} \underline{V_+} = 0 \\ \underline{V_-} = \underline{s} \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{s} = 0$$

Il s'agit donc d'un passe bas.

2)



$\underline{V_-} = \underline{s}$

$E+ : \dfrac{\underline{V_A} - \underline{V_+}}{R} + \dfrac{0 - \underline{V_+}}{1/jwC} = 0$

$\underline{V_A} = \underline{V_+}(1 + jwRC)$
$= \underline{s}\,(1 + jwRC)$

LdN en A : $\dfrac{\underline{e} - \underline{V_A}}{R} + \dfrac{\underline{s} - \underline{V_A}}{1/jwC} + \dfrac{\underline{V_+} - \underline{V_A}}{R} = 0$

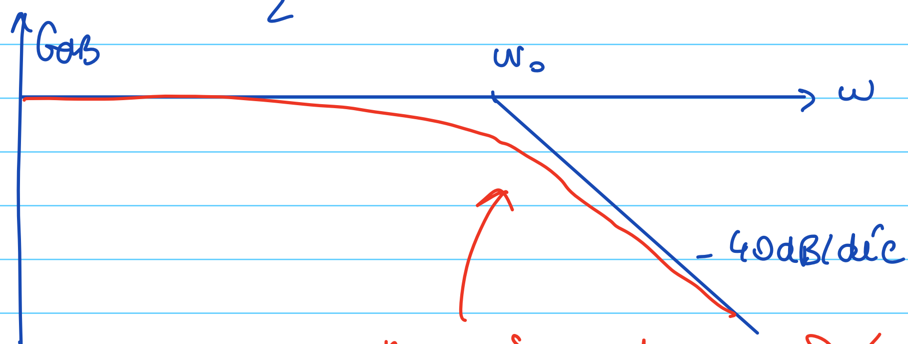
$$e - s(1 + jwRC) + s\,jwRC - s(1 + jwRC)\,jwRC + s - s(1 + jwRC) = 0$$

$$\underline{e} = \underline{s} + 2\,\underline{s}\,jwRC - \underline{s}(wRC)^2 = s\,(1 + 2jwRC - w^2R^2C^2)$$

$$\frac{s}{e} = \frac{1}{1 + 2j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0 Q} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

avec $\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{RC} \\ Q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

3)



non résonnant car $Q < 1/\sqrt{2}$.

4) Cours.